



中华人民共和国国家标准

GB/T 10111—2008
代替 GB/T 10111—1988, GB/T 15500—1995

随机数的产生及其在产品质量 抽样检验中的应用程序

Generation of random numbers and procedures applied to
sampling inspection for product quality

2008-07-28 发布

2009-01-01 实施



中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局
中国国家标准化管理委员会

发布

目 次

前言	I
1 范围	1
2 规范性引用文件	1
3 术语、定义和符号	1
3.1 术语和定义	1
3.2 符号	3
4 随机抽样的一般程序(见图 1)	3
4.1 确定样本量或抽样量	3
4.2 选取适用的随机抽样方法	3
4.3 对总体或批中的产品编号	4
4.4 生成随机样本单元号	4
4.5 按样本单元编号取出单位产品	5
4.6 管理并检验样本单元	5
5 生成随机数的方法	5
5.1 随机数表法	5
5.2 随机数骰子法	6
5.3 伪随机数发生器法	8
6 简单随机抽样	9
6.1 简单随机抽样的实施	9
6.2 简单随机抽样的用途	9
6.3 简单随机抽样的示例	9
7 系统抽样	10
7.1 系统抽样概述	10
7.2 系统抽样方法与实施	10
8 分层随机抽样的实施	10
8.1 分层抽样概述	10
8.2 分层随机抽样的实施	10
8.3 分层随机抽样的示例	11
9 关于二次或多次抽样的说明	12
附录 A(规范性附录) 随机数表	13
附录 B(规范性附录) 随机抽样的扑克牌法	18
附录 C(规范性附录) 产生伪随机数的方法与程序	19
参考文献	22

前 言

本标准代替 GB/T 10111—1988《利用随机数骰子进行随机抽样的方法》和 GB/T 15500—1995《利用电子随机数抽样器进行随机抽样的方法》。

为使本标准的技术内容更加系统完善、便于操作,在保留原标准的主要内容和技术特点的基础上,将 GB/T 10111—1988 和 GB/T 15500—1995 合并为一个标准。

本标准与 GB/T 10111—1988 和 GB/T 15500—1995 的主要差别:

- a) 重新设计了标准的技术架构,并按照 GB/T 1.1—2000 的要求起草了标准文本。
- b) 为便于标准的理解和实施,增加了相关的术语。
- c) 增加了“随机抽样的一般程序”。
- d) 增加了生成随机数的“随机数表法”、“伪随机数发生器法”、“扑克牌法”。
- e) 增加了“系统随机抽样”和“分层随机抽样”方法。
- f) 增加了附录 A、附录 B 和附录 C。

本标准的附录 A、附录 B 和附录 C 均为规范性附录。

本标准由中国标准化研究院提出。

本标准由全国统计方法应用标准化技术委员会归口。

本标准起草单位:中国人民解放军军械工程学院、中国标准化研究院、中国科学院数学与系统科学研究院、福州春伦茶业有限公司。

本标准主要起草人:张玉柱、于振凡、陈敏、丁文兴、冯士雍、傅天龙。

本标准所代替标准的历次版本发布情况为:

——GB/T 10111—1988;

——GB/T 15500—1995。

随机数的产生及其在产品质量 抽样检验中的应用程序

1 范围

本标准规定了随机数的产生及利用随机数进行随机抽样的方法。

本标准适用于分立个体类产品质量抽样检验的随机样本的抽取,也可用于调查抽样中随机样本的抽取。

本标准不适用于散料类产品质量抽样检验的样本抽取。

2 规范性引用文件

下列文件中的条款通过本标准的引用而成为本标准的条款。凡是注日期的引用文件,其随后所有的修改单(不包括勘误的内容)或修订版均不适用于本标准,然而,鼓励根据本标准达成协议的各方研究是否可使用这些文件的最新版本。凡是不注日期的引用文件,其最新版本适用于本标准。

ISO 3534-1:2006 统计学词汇及符号 第1部分:一般统计术语与用于概率的术语

ISO 3534-2:2006 统计学词汇及符号 第2部分:应用统计

3 术语、定义和符号

3.1 术语和定义

下列术语和定义适用于本标准。

3.1.1

分立个体类产品 discrete item

彼此容易区分、批产品由有限多个单位产品组成的产品。

3.1.2

抽样检验 sampling inspection

从所考虑的产品集合中抽取若干单位产品进行的检验。

[ISO 3534-2:2006,4.1.6]

注:产品集合可以是总体、批或提交批。

3.1.3

总体 population

所考虑对象的全体。

[ISO 3534-1:2006,1.1]

3.1.4

批 lot

按抽样目的,在基本相同条件下组成的总体的一个确定部分。

注:抽样目的可以是判定批的可接收性,或是估计某特定特性的均值。

[ISO 3534-2:2006,1.2.4]

3.1.5

抽样 sampling

抽取或组成样本的行动。

[ISO 3534-2:2006,1.3.1]

3.1.6

随机抽取 draw an item at random

从由 N 个个体组成的总体中抽取个体时,使每一个体被抽到的可能性都相等的抽取方法。

3.1.7

抽样单元 sampling unit

将总体进行划分后的每一部分。

注 1: 一个抽样单元可以包含一个或多个个体。

注 2: 抽样单元可由分立的个体组成或由一定量的散料组成。

[ISO 3534-2:2006,1.2.14]

3.1.8

样本量 sample size

样本中所包含的抽样单元(或个体)的数目。

[ISO 3534-2:2006,1.2.26]

3.1.9

随机抽样 random sampling

从总体中抽取 n 个抽样单元构成样本,使 n 个抽样单元每一可能组合都有一个特定被抽到概率的抽样。

[ISO 3534-2:2006,1.3.5]

3.1.10

放回抽样 sampling with replacement

每个被抽取并经观测后的抽样单元,在抽取下一个抽样单元之前将其放回总体的抽样。

注: 在这种抽样方法中,同一抽样单元有可能在样本中出现多次。

[ISO 3534-2:2006,1.3.15]

3.1.11

不放回抽样 sampling without replacement

每个抽样单元只从总体中抽取一次,不再放回总体的抽样。

[ISO 3534-2:2006,1.3.16]

3.1.12

样本 sample

由一个或多个抽样单元构成的总体的子集。

注: 样本既可指构成抽样单元的具体物品、散料、服务……,也可指这些抽样单元(或单位产品/个体)的某个特性值。在限定前一种含义时,样本中的每个抽样单元(或单位产品/个体)也称为“样品”。

[ISO 3534-1:2006,1.2.17]

3.1.13

简单随机抽样 simple random sampling

从总体中抽取 n 个抽样单元构成样本,使 n 个抽样单元所有的可能组合都有相等被抽到概率的抽样。

[ISO 3534-2:2006,1.3.4]

3.1.14

分层抽样 stratified sampling

样本来自于总体不同的层,且每个层至少有一个抽样单元入样的抽样。

[ISO 3534-2:2006,1.3.6]

3.1.15

分层简单随机抽样 stratified simple random sampling

每层都采用简单随机抽样的分层抽样。

注：如果从不同层抽出的个体/单位产品的比例与层在总体中的比例相等，则称为比例分配分层简单随机抽样。

[ISO 3534-2;2006,1.3.7]

3.1.16

系统抽样 systematic sampling

将总体中的抽样单元按某种次序排列，在规定的范围内随机抽取一个或一组初始单元，然后按一套规则确定其他样本单元的抽样方法。

3.1.17

等距抽样 periodic systematic sampling

将总体中的 N 个抽样单元按某种次序排列，并编上 1 到 N 的号码，抽取 n 个单元的等距抽样，即是抽取号码为 $h, h+k, h+2k, \dots, h+(n-1)k$ 的 n 个单元，其中 k 是最接近 N/n 的整数， h 是从 1 到 k 的整数中随机抽取的初始单元的号码。

同义词：周期系统抽样。

[ISO 3534-1;2006,1.3.13]

3.1.18

随机数 random number

指定的随机变量的一个实现值。

注：作为系列提供的随机数称为随机数序列。

3.1.19

伪随机数 pseudo-random number

由某种算法产生的随机数。

注：在不产生误解的情况下，也将伪随机数简单地称为随机数。

3.1.20

物理随机数 physical random number

由某种物理装置产生的随机数。

3.2 符号

$K_1 = [N/R_0]$, N/R_0 的整数部分；

$K_2 = [R_0/M]$, R_0/M 的整数部分；

M ——大于 N 的适当整数；

m ——根据批量 N 所确定的随机数骰子个数；

n ——样本量；

N ——产品总体量或产品的批量；

R_0 ——用随机数的生成方法所产生的随机数；

r_0 ——用随机数发生器生成的 $(0,1)$ 上均匀分布的伪随机数；

R ——按规定的读取方法所确定的随机数；

R_1 ——当 $R_0 > 1$ ，将其转化为小于 1 的随机数。

4 随机抽样的一般程序(见图 1)

4.1 确定样本量或抽样量

根据抽样检验的目的，应用适当的标准或规范确定抽样检验样本量或抽样量。

4.2 选取适用的随机抽样方法

根据确定的抽样检验方案，选取适用的抽样方法。

本标准提供了简单随机抽样、系统随机抽样和分层随机抽样方法。

如有特殊需要,亦可使用整群抽样、多阶抽样方法。

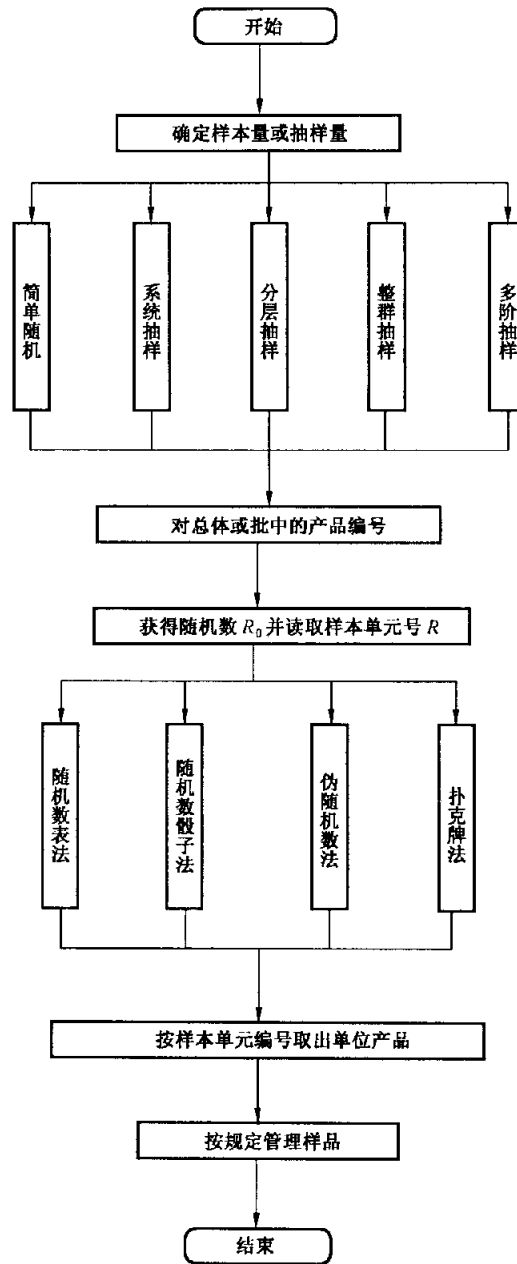


图 1 随机抽样的一般程序

4.3 对总体或批中的产品编号

按照选定抽样方法的要求,对产品总体、批次、生产班次、生产车间、码垛及其单位产品等进行编号。编号应不重不漏,且具唯一性。

把抽样单元或单位产品按自然数从“1”开始顺序编号。

4.4 生成随机样本单元号

按抽样检验方案所需的样本量或用其他方法规定的样本量,生成随机样本单元号。

4.4.1 获得随机数 R_0 的方法

本标准提供了如下 4 种产生随机数或伪随机数的方法。

a) 随机数骰子法;

- b) 随机数表法;
- c) 伪随机数法;
- d) 扑克牌法(见附录 B)。

4.4.2 读取样本单元编号 R

当获得随机数 R_0 后,应正确读取与样本单元对应的编号 R 。

4.5 按样本单元编号取出单位产品

按生成的随机样本单元号取出相应的单位产品作为样本。

4.6 管理并检验样本单元

按照标准、规范或合同的有关规定对样本单元进行管理和检验。

5 生成随机数的方法

5.1 随机数表法

5.1.1 随机数表简介

随机数表是一组由 0 到 9 数字组成的表,每个数字都有相同的概率出现在每个位置上。

附录 A 提供了五张 50×50 的随机数表(见表 A.1~表 A.5)。如表 A.1 不敷使用也可选择其他合适的随机数表。

5.1.2 获得随机数 R_0 的方法

- a) 确定随机数表号与初始点:首先在表上随机指定一点,以它为起点依次向右读取 5 个数字,第一个数字若小于 5,则取该数加 1 作为选定的随机数表号,若第一个数字大于或等于 5,则取该数减 4 之差作为选定的随机数表号。第 2~3 位和 4~5 位组成两个两位数,若两位数小于 50,则加上 1,若两位数大于或等于 50,则减去 49,最后所得的数表示初始点所在的行数和列数。
- b) 获得 R_0 的方法:从初始点依次向下读取所需 m 位数得到所需的随机数 R_0 。在读取过程中,若读到该页的最后一行则转到第一行依次读取后 m 列,若最后剩下的几列不足 m 列则从下一号表的第一列开始依次补上。

5.1.3 读取样本单元编号 R

- a) 如获得的随机数 $R_0 \leq N$,则随机数 R 就取 R_0 ;若 $R_0 > N$,则设 $R_0 = K_1 N + R_1$,其中 $K_1 = [N/R_0]$,当 $(K_1 + 1)N > 10^m$ 时,舍弃并重新生成随机数 R_0 ;当 $(K_1 + 1)N \leq 10^m$ 时,则取 $R = R_1$ (若 $0 < R_1 < N$)或取 $R = N$ (若 $R_1 = 0$)。重复上述过程,直到获得 n 个不同的随机数为止。
- b) 为了提高效率,可以采用下述方法:如获得的随机数 $R_0 \leq N$,则随机数 R 就取 R_0 ;若 $R_0 > N$,则取一个大于 N 的适当整数 M 。一般取 $M = 2 \times 10^{m-1}, 2.5 \times 10^{m-1}, 3 \times 10^{m-1}$ 或 $5 \times 10^{m-1}$ 。设 $R_0 = K_2 M + R_2$,其中 $K_2 = [R_0/M]$,则当 $(K_2 + 1)M > 10^m$ 时,舍弃并重新生成随机数 R_0 ;当 $(K_2 + 1)M \leq 10^m$ 时,则 $R = R_2$ (若 $0 < R_2 < N$)或 $R = N$ (若 $R_2 = 0$)或舍弃重新生成(若 $R_2 > N$)。重复上述过程,直到获得 n 个不同的随机数为止。

注 1:当 N 小于 200,而所得读数大于 200,取读数减去 200 的倍数,若其差数小于或等于 N ,则作为所要的随机数,若差数大于 N ,则舍弃;当 $200 < N \leq 500$,而所得读数大于 500,则取读数减去 500,其差数作为所要的随机数。

示例:试从 $N = 150$ 个单位产品的批中,抽取含有 $n = 8$ 个单位产品的样本。

- ① 对批量 $N = 150$ 单位产品进行从 1 到 N 连续编号。
- ② 利用随机数表生成满足要求的 $n (= 8)$ 个随机数。

选初始点。闭上眼睛用笔尖在第 1 号随机数表上点一点,设起点在 21 行 11 列,则以它为起点依次向右读取 5 个数字分别为 55743,第一个数字为 5,减去 4 得 1,则表 A.1 为选定的随机数表。第 2~3 位和 4~5 位组成的两个两位数分别为 57、43, $57 - 49 = 8$, $43 + 1 = 44$ 则取表 A.1 第 8 行,第 44 列的数 952 作为初始点。

自起始点向下读数,依次得到 952,602,273,364,372,579,042,529,421,746,724,772,888,797,455,049,496,873,237,594,550,184,526,600,274,738,593,774,105,577,624,467,939,674,932,714,910,254,731,413,039,461,900,

109,897,141,817,303,916,067,387,795,432,050;读到第 54 个读数时恰有 8 个数满足要求,即 042,049,105,039,109,141,067,050,则停止读数,并记录下样本单元号。

③ 抽取样品。抽取 8 个数码编号与以上样本单元号相同的单位产品,就组成了含有 8 个单位产品的随机样本。

注 2: 若采用注 1 的方法,读取所需随机数的效率会更高。

5.2 随机数骰子法

5.2.1 随机数骰子构成及其使用方法

5.2.1.1 随机数骰子的构成

随机数骰子是均匀材料制成的正二十面体,各面上刻有 0~9 的数字各 2 个。图 2 为其底视图与俯视图。每套骰子由箱体、盒盖及数种不同颜色的骰子组成,如图 3 所示。

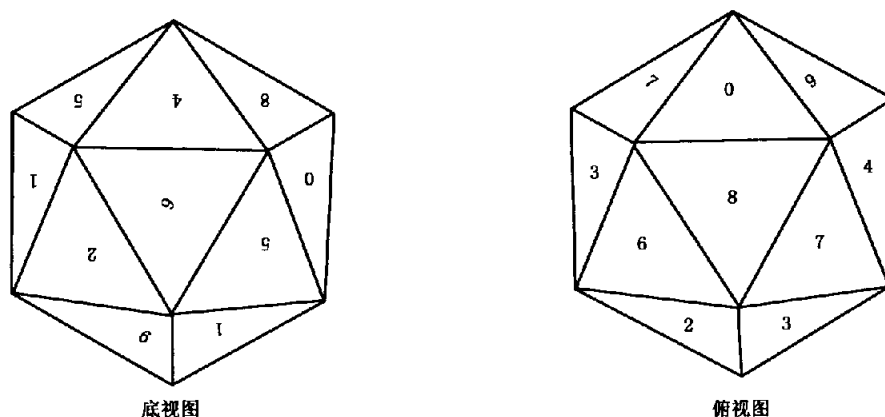


图 2 随机数骰子

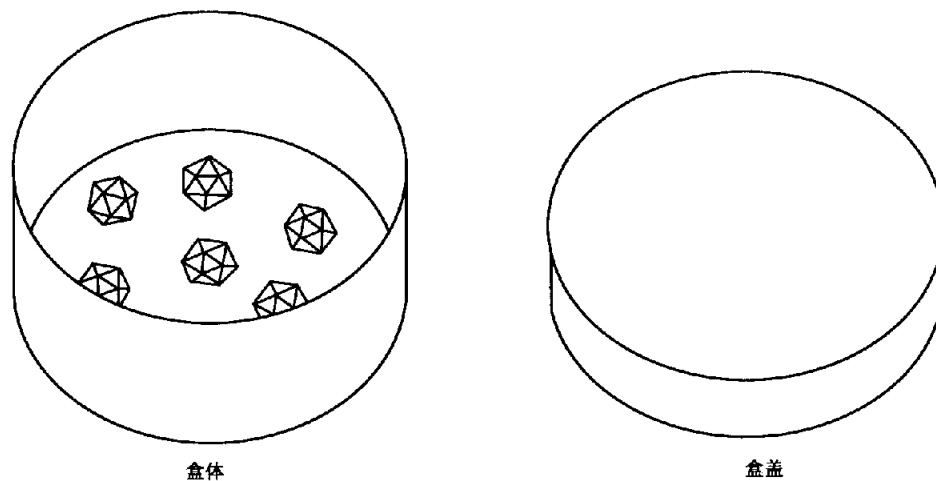


图 3 随机数骰子盒

5.2.1.2 随机数骰子的使用方法

根据需要选取 m 个骰子并规定每种颜色所代表的数位。例如,选用红、黄、蓝 3 种颜色的骰子,并规定红色骰子出现的数字表示百数位,黄色骰子出现的数字表示十数位,蓝色骰子出现的数字表示个位。特别规定当 m 个骰子的数字均为零时,表示 10^m 。

将 m 个骰子放入盒中盖好,盒盖向下,水平地摇动盒子,使骰子充分旋转。然后打开盒子,读出骰子表示的随机数 R_0 。

5.2.2 产生随机数 R_0 的方法

5.2.2.1 确定骰子个数

根据总体大小或批量 N 选定 m 个骰子,如表 1 所示。

表 1 总体大小或批量 N 与骰子个数 m 的对应关系

N 的范围	m
$1 \leq N \leq 10$	1
$11 \leq N \leq 100$	2
$101 \leq N \leq 1\ 000$	3
$1\ 001 \leq N \leq 10\ 000$	4
$10\ 001 \leq N \leq 100\ 000$	5
$100\ 001 \leq N \leq 1\ 000\ 000$	6

当 $m > 6$ 或个别骰子丢失、损坏时,可通过重复摇骰子的方法获得随机数 R_0 。例如,可用一个骰子摇 m 次来代替 m 个骰子摇一次。规定第一次摇骰子所得数字为随机数的最高数位,摇第二次骰子所得数字为随机数的第二高数位,依此类推。

5.2.3 读取随机样本单元号 R 的方法

5.2.3.1 方法一

如获得的随机数 $R_0 \leq N$,则随机数 R 就取 R_0 ;若 $R_0 > N$,则舍弃不用,另行重新生成随机数 R_0 。重复上述过程,直到取得 n 个不同的随机数为止。

5.2.3.2 方法二

如获得的随机数 $R_0 \leq N$,则随机数 R 就取 R_0 ;若 $R_0 > N$,则设 $R_0 = K_1 N + R_1$,其中 $K_1 = [N/R_0]$,当 $(K_1 + 1)N > 10^m$ 时,舍弃并重新生成随机数 R_0 ;当 $(K_1 + 1)N \leq 10^m$ 时,则取 $R = R_1$ (若 $0 < R_1 < N$) 或取 $R = N$ (若 $R_1 = 0$)。重复上述过程,直到获得 n 个不同的随机数为止。

5.2.3.3 方法三

如获得的随机数 $R_0 \leq N$,则随机数 R 就取 R_0 ;若 $R_0 > N$,则取一个大于 N 的适当整数 M 。一般取 $M = 2 \times 10^{m-1}$, $2.5 \times 10^{m-1}$, $3 \times 10^{m-1}$ 或 $5 \times 10^{m-1}$ 。设 $R_0 = K_2 M + R_2$,其中 $K_2 = [R_0/M]$,则当 $(K_2 + 1)M > 10^m$ 时,舍弃并重新生成随机数 R_0 ;当 $(K_2 + 1)M \leq 10^m$ 时,则 $R = R_2$ (若 $0 < R_2 < N$) 或 $R = N$ (若 $R_2 = 0$) 或舍弃重新生成 (若 $R_2 > N$)。重复上述过程,直到获得 n 个不同的随机数为止。

注:若遇到与已获得随机数重复情形,则舍弃重摇。

5.2.4 随机数骰子法示例

示例 1: 设批量 $N = 753$, 样本量 $n = 3$, 试对其进行随机抽样。

采用 5.2.3.1 规定的方法:

① 将批中的单位产品编号

将批中的单位产品按自然数从“1”开始顺序编号到 753。

② 用随机数骰子摇随机数

- 若摇出的第一个随机数 $R_0 = 725 < 753$, 则取 $R = R_0$;
- 若摇出的第二个随机数 $R_0 = 234 < 753$, 则取 $R = R_0$;
- 若摇出的第三个随机数 $R_0 = 839 > 753$, 则舍弃重摇;
- 重摇出的第三个随机数 $R_0 = 086 < 753$, 则取 $R = R_0$ 。

③ 从批中取出样品

从批中取出编号为 086、234、725 的这 3 个单位产品。

示例 2: 批量 $N = 350$, 样本量 $n = 3$, 试对其进行随机抽样。

采用 5.2.3.2 规定的方法:

① 将批中的单位产品编号

将批中的单位产品按自然数从“1”开始顺序编号到 350。

② 用随机数骰子摇随机数

- 设摇出的第一个随机数 $R_0 = 211 < 350$, 则取 $R = R_0$;
- 设摇出的第二个随机数 $R_0 = 452 > 350$, 因为 $K_1 = [N/R_0] = [452/350] = 1$, 且 $(K_1 + 1)N = (1 + 1) \times 350 = 700 \leq 10^3$, 由 $R_0 = K_1 N + R_1$ 导出: $R_1 = R_0 - K_1 N = 452 - 350 = 102$;

- c) 设摇出的第三个随机数 $R_0 = 810 > 350$, 因为 $K_1 = [N/R_0] = [810/350] = 2$, 且 $(K_1 + 1)N = (2 + 1) \times 350 = 1\ 050 > 10^3$, 故舍弃重播;
- d) 设重播出的第三个随机数 $R_0 = 568 > 350$, 因为 $K_1 = [N/R_0] = [658/350] = 1$, 且 $(K_1 + 1)N = (1 + 1) \times 350 = 700 \leq 10^3$, 由 $R_0 = K_1 N + R_1$ 导出: $R_1 = R_0 - K_1 N = 658 - 350 = 308$ 。

③ 从批中取出样品

从批中取出编号为 102、211、308 的这 3 个单位产品。

示例 3: 设批量 $N = 4\ 562$, 样本量 $n = 5$, 试对其进行随机抽样。

采用 5.2.3.3 规定的方法:

① 将批中的单位产品编号

将批中的单位产品按自然数从 1 开始顺序编号到 4 562; 需要的骰子数 $m = 4$ 。令 $M = 5\ 000$ 。

② 用随机数骰子摇随机数

- a) 设摇出的第一个随机数 $R_0 = 3150 < 4562$, 则取 $R = R_0 = 3150$;
- b) 设摇出的第二个随机数 $R_0 = 6897 > 4562$, $K_2 = [R_0/M] = [6897/5000] = 1$, 因为 $(K_2 + 1)M = (1 + 1) \times M = 2 \times 5000 = 10000 \leq 10^4$, 由 $R_0 = K_2 M + R_2$, 导出 $R_2 = R_0 - K_2 M = 6897 - 5000 = 1897$;
- c) 设摇出的第三个随机数 $R_0 = 0364 < 4562$, 则取 $R = R_0 = 0364$;
- d) 设摇出的第四个随机数 $R_0 = 2851 < 4562$, 则取 $R = R_0 = 2851$;
- e) 设摇出的第五个随机数 $R_0 = 9699 > 4562$, $K_2 = [R_0/M] = [9699/5000] = 1$, 因为 $(K_2 + 1)M = (1 + 1) \times M = 2 \times 5000 = 10000 \leq 10^4$, 由 $R_0 = K_2 M + R_2$, 导出 $R_2 = R_0 - K_2 M = 9699 - 5000 = 4699 > 4562$, 舍弃重播;
- f) 设摇出的第六个随机数 $R_0 = 8341 > 4562$, $K_2 = [R_0/M] = [8341/5000] = 1$, 因为 $(K_2 + 1)M = (1 + 1) \times M = 2 \times 5000 = 10000 \leq 10^4$, 由 $R_0 = K_2 M + R_2$, 导出 $R_2 = R_0 - K_2 M = 8341 - 5000 = 3341$ 。

③ 从批中取出样品

从批中取出编号为 0364、1897、2851、3150、3341 的这 5 个单位产品。

示例 4: 设批量 $N = 2\ 677$, 样本量 $n = 5$, 试对其进行简单随机抽样。

采用 5.2.3.3 规定的方法:

① 将批中的单位产品编号

将批中的单位产品按自然数从 1 开始顺序编号到 2677; 需要的骰子数 $m = 4$ 。令 $M = 3000$ 。

② 用随机数骰子摇随机数

- a) 设摇出的第一个随机数 $R_0 = 9012 > 2677$, 则 $K_2 = [9012/3000] = 3$, 因为 $(K_2 + 1)M = (3 + 1) \times M = 4 \times 3000 = 12000 > 10^4$, 故舍弃重播;
- b) 重播出的第一个随机数 $R_0 = 7820 > 2677$, $K_2 = [R_0/M] = [7820/3000] = 2$, 因为 $(K_2 + 1)M = (2 + 1) \times M = 3 \times 3000 = 9000 < 10^4$, 由 $R_0 = K_2 M + R_2$, 导出 $R_2 = R_0 - K_2 M = 7820 - 6000 = 1820$;
- c) 设摇出的第二个随机数 $R_0 = 5891 > 2677$, $K_2 = [R_0/M] = [5891/3000] = 1$, 因为 $(K_2 + 1)M = (1 + 1) \times M = 2 \times 3000 = 6000 < 10^4$, 由 $R_0 = K_2 M + R_2$, 导出 $R_2 = R_0 - K_2 M = 5891 - 3000 = 2891$, $R_2 = 2891 > N$, 舍弃重播;
- d) 重播出的第二个随机数 $R_0 = 0673 < 2677$, 则取 $R = R_0 = 0673$;
- e) 设摇出的第三个随机数 $R_0 = 2110 < 2677$, 则取 $R = R_0 = 2110$;
- f) 设摇出的第四个随机数 $R_0 = 1359 < 2677$, 则取 $R = R_0 = 1359$;
- g) 设摇出的第五个随机数 $R_0 = 0050 < 2677$, 则取 $R = R_0 = 0050$ 。

③ 从批中取出样品

从批中取出编号为 1820、0673、2110、1359、0050 的这 5 个单位产品。

5.3 伪随机数发生器法

5.3.1 伪随机数简介

伪随机数是通过某种伪随机数生成算法所产生的一个数值序列, 该序列服从指定的分布。本标准中使用的伪随机数 R_0 服从 $(0, 1)$ 上的均匀分布。目前国际上通用的科学计算软件都有伪随机数发生器, 他们所产生的伪随机数可以满足产品质量抽样检验的需要。科学计算器也有产生伪随机数的功能。附录 C 提供了一个生成伪随机数的算法和程序。

5.3.2 利用科学计算软件中的随机数发生器进行简单随机抽样的程序

在很多科学计算软件中都嵌有这样的发生器函数,它可以生成一系列由 0 到 1 之间的均匀分布的伪随机数。对批量为 N 和样本量为 n 的情形,每次产生一个 r_0 ,对 $N \times r_0$ 向上取整得到一个样本单元号,重复上述过程,可以获得新的样本单元号,舍去重复的号码,直到获得 n 个不同的样本单元号。

示例:设批量 $N=700$,样本量 $n=8$,试用计算机的伪随机数对其进行随机抽样。

首先对批中的单位产品从 1 到 700 连续编号;

利用某种科学计算软件的随机数发生器产生一组 r_0 :

0.904 166 96, 0.153 329 24, 0.414 290 45, 0.358 718 31, 0.812 828 72, 0.049 488 87, 0.835 364 84, 0.228 247 27

生成的第 1 个样本单元号为 $700 \times 0.904 166 96 = 632.916 87$ 向上取整的值 633;

生成的第 2 个样本单元号为 $700 \times 0.153 329 24 = 107.330 47$ 向上取整的值 108;

依次类推可得 8 个样本单元的编号分别为:633、108、291、252、569、35、585、160。

5.3.3 用科学计算器中的伪随机数功能进行简单随机抽样的程序

科学计算器都有产生伪随机数的功能键用于产生(0,1)区间均匀分布的随机数,可为现场操作提供方便。

打开计算器后,找到有产生随机数的功能键,每按一次可产生一个 3 位小数的随机数,如 0.619。对批量 $N \leq 1\ 000$ 和样本量为 n 的情形,每次产生一个 r_0 ,对 $N \times r_0$ 向上取整得到一个样本单元号,重复上述过程,可以获得新的样本单元号,舍去重复的号码,直到获得 n 个不同的样本单元号。

对批量 $10^3 < N \leq 10^6$ 和样本量为 n 的情形,需要 4~6 位小数,可把连续生成的两个三位随机数接起来组成六位小数(如连续生成的两个三位随机数 0.708 和 0.290,连接后得 0.708 290)乘以 N 取整,即可获得样本单元号。

注:如果使用者对伪随机数的均匀性和周期有更高的要求,可使用本标准附录 C 提供的质量更高的均匀分布随机数产生程序。

示例:设批量 $N=87$,样本量 $n=8$,试对其进行随机抽样。

首先对批中的单位产品从 1 到 87 连续编号;

利用某种科学计算软件的随机数发生器产生一组 r_0 :

0.916, 0.139, 0.494, 0.583, 0.824, 0.046, 0.254, 0.385

生成的第 1 个样本单元号为 $87 \times 0.916 = 79.692$ 向上取整的值 80;

生成的第 2 个样本单元号为 $87 \times 0.139 = 12.093$ 向上取整的值 12;

依次类推可得 8 个样本单元的编号分别为:80、12、43、51、72、5、23、34。

6 简单随机抽样

6.1 简单随机抽样的实施

- a) 对总体量或批量为 N 的单位产品进行从 1 到 N 连续编号,做到不重不漏。
- b) 按照本标准提供的随机数生成方法获得 n 个 1 到 N 之间的样本单元号。
- c) 按生成的样本单元号取出相应的样本产品。

注:如抽样单元或单位产品不便于编号时,例如批量很大的小元件,经负责部门或有关检验各方同意,可以制定编号规则,在获得样本单元号后,按编号规则取出相应的样本产品。

6.2 简单随机抽样的用途

除非标准、规范与合同有明确要求,或经负责部门同意,所有统计抽样方案所需样本均应采用简单随机抽样方法抽取。

6.3 简单随机抽样的示例

5.1.3 中的示例,5.2.4 中的示例 1~示例 4,5.3.2 中的示例,5.3.3 中的示例以及 B.3 中的示例均为简单随机抽样的示例。

7 系统抽样

7.1 系统抽样概述

系统抽样首先将总体或批的全部单元按一定顺序排列并编号,比如按位置或时间的顺序。接着依简单随机抽样方法在一定的范围内抽取一个起始样本点,然后按固定的间隔依次抽取其余样本点,组成样本。

7.2 系统抽样方法与实施

7.2.1 N 是 n 的整数倍的情形

抽样间距 $k=N/n$ 。在 1 到 k 的范围内产生一个随机整数 R_0 ,则样本由编号为 $R_0+l\times k, l=0,1,\dots, n-1$ 单位产品组成。

示例:某产品批量为 $N=18\ 900$,按生产时间顺序编号,按系统抽样的方法抽取样本量 $n=315$ 单位产品进行检验。

抽样间距 $k=(N/n)=(18\ 900/315)=60$,然后在 1~60 中随机抽取一个数字,假设抽中的是 23,则所得样本单元编号为

$$23+l\times k, l=0,1,\dots,314$$

7.2.2 N 不是 n 的整数倍的情形

取抽样间距 k 为最接近 N/n 的整数。将总体中的 N 个单元按某种确定顺序编号为 $1,2,\dots,N$ 并首尾相接成一个圆环,并从 1 到 N 中按简单随机抽样方式抽取一个单元编号作为第一个样本单元编号,然后依次每隔 k 个抽取一个单元编号,直到抽够 n 个单元为止。

示例:某工厂流水线上生产的某批产品批量 $N=220$,按生产时间顺序编号,按系统抽样的方法抽取样本量 $n=8$ 单位产品进行检验。

$(N/n)=(220/8)=27.5$ 不是整数,则取抽样间距 $k=28$,然后在 1~220 中随机抽取一个数字,假设抽中的是 63,则样本单元编号依次为 63, $63+28=91$, $91+28=119$, $119+28=147$, $147+28=175$, $175+28=203$, $203+28=231$ (对应于 $231-220=11$), $11+28=39$ 。

8 分层随机抽样的实施

8.1 分层抽样概述

在总体或批量 N 较小或者总体各组成部分比较均匀的情况下,简单随机抽样的优势比较明显。然而,当总体单元数 N 比较大,特别是总体的各组成部分单元之间差异较大的时候,采用简单随机抽样方法获取的样本对总体的代表性不甚理想,此时宜采用分层抽样。

分层抽样又称为类型抽样。此时总体划分成若干个称为层的子总体,抽样在每一层中独立进行,样本由各层样本组成,总体或批的质量则根据各层样本汇总得出结论。

8.2 分层随机抽样的实施

如果一个包含 N 个单位产品的总体或批可以既不遗漏而又穷尽的划分成 L 个子总体或批,即每个单位产品属于且仅属于一个子总体,则称这样的子总体或子批为层。设 L 个子总体或子批所包含的单位产品数分别为 N_1, N_2, \dots, N_L ,则有 $N_1+N_2+\dots+N_L=N$ 。在实际操作中,为了取得代表性更好的样本,可将整批产品按不同班组、不同设备、不同生产时间或其他不同的情况,划分为层。

若每个层中的抽样都是简单随机抽样,则称为分层随机抽样。设总体或批的样本量为 n ,从 L 个子总体或批中所抽取的样本量分别为 n_1, n_2, \dots, n_L ,则有 $n_1+n_2+\dots+n_L=n$ 。先在每一层按简单随机抽样抽 n_i 个单位产品($i=1,2,\dots,L$),然后把每一层的样本产品汇集成整批抽样检验所需的样本,总样本量 $n(n=n_1+n_2+\dots+n_L)$,这就是具体的分层随机抽样。

为使分层样本的代表性更好,在对层样本量进行分配时,一般采用比例抽样,即要求每层的样本量与层的大小(层中单位产品数)基本上成比例,这个比例也就是每层样本量对总样本量的比例。

8.3 分层随机抽样的示例

示例 1: 设一批产品共 38 100 件, 来自五个不同的班组(见表 2), 假定整批的抽样检验条件是: 检验水平 II, AQL 为 0.65, 查得的一次正常抽样方案为(500 | 7, 8), 所需样本量为 $n=500$ 。

因为该批产品来自五个不同的班组, 故将其分为五层, 每层单位产品数(层的大小)对批量的比例, 也即每层样本量在样本中所占比例以及各层样本量的实际分配结果见表 2。

按各班组单位产品数所占批量比例分配各层的样本量。

表 2

层号	层中单位产品数	层样本量与批量的比例	层样本量
1	30 000	$30\,000/38\,100=0.787$	394
2	4 000	$4\,000/38\,100=0.105$	52
3	3 000	$3\,000/38\,100=0.0787$	39
4	1 000	$1\,000/38\,100=0.0262$	13
5	100	$100/38\,100=0.00262$	2
总计	38 100		500

实际抽样是一种按比例的分层抽样, 把汇集起来的样本量 $n=n_1+n_2+\dots+n_L=500$, 通过对这 500 个样品检验结果推断整个批的质量是可以的; 但是, 若用 n_1, n_2, \dots, n_5 做为 5 个班组的样本, 通过其检验结果来推断作为子批的各班组的产品批的质量, 就可能不够精确。

若要同时推断子批(各个班组产品)质量, 建议使用 GB/T 2828.1 规定的批量与样本量的比例。如在本例中, 如果各个班组的质量, 有明显差异, 一致性不能很好保证的情况下, 为了避免混批以后, 出现不接收机会增大需要查找原因所造成的困难, 可以把每一层(子批)当成独立的批, 按各自的批量和规定的检验水平、AQL 值选取各自的抽样方案, 分别检验判定。其抽样方案如表 3。

表 3

序号	批量	子批抽样检验方案			批抽样检验方案
		n	Ac	Re	
1	30 000	315	5	6	N=38 100 n=500 Ac=7 Re=8
2	4 000	200	3	4	
3	3 000	125	2	3	
4	1 000	80	1	2	
5	100	20	0	1	
总计	38 100	740			

由表中可以看出, 在分为子批检验以后, 所需的样本量明显增多, 工作量和检验费用将明显增加。所以, 只要各层的质量没有明显差异, 就应该作整批处理, 分层随机抽取所需要样本。这时, 按照 GB/T 2828.1 规定的批量与样本量查出 5 个子批抽样检验方案的累计样本量为 $n=740$, 这时可以通过各层样本量的比例(n_i/n)与整批所需样本量 $n=500$ 的乘积圆整后, 确定出对各层(班组)的抽样量。见表 4。

表 4

分层序号	单位产品数 N_i	各子批样本量 n	各层样本量比例 (n_i/n)	对各层抽样量的分配
1	30 000	315	$(315/740)=0.426$	213
2	4 000	200	$(200/740)=0.270$	135
3	3 000	125	$(125/740)=0.169$	85
4	1 000	80	$(80/740)=0.108$	54
5	100	20	$(20/740)=0.027$	13
合计	38 100	740		500

具体抽样方法可以采用前面给出的简单随机抽样方法获得。

示例 2: 从堆垛装箱的产品中抽取样本产品。该垛 20 行, 15 列, 10 层, 一个箱内装有 15 个单位产品, 即批量 $N=45\,000$, 样本量 $n=20$ 。

对该垛 20 行,15 列,10 层分别进行编码,并对箱中 15 个单位产品进行编码约定。

利用某科学计算器的随机数发生器产生 4 个一组的随机数 r_0 ,分别乘以行、列、层、箱中产品编号,即可得到一个样品的编号。如表 5 中的第一组 r_0 为:0.40,0.05,0.24,0.33;它们分别乘以垛参数 20、15、10、15 后得到第一个样品号 R1 是第 8 行、第 1 列、第 3 层、箱中的第 5 号产品。

表 5

	行号	列号	层号	产品号		行号	列号	层号	产品号
垛参数	20	15	10	15	垛参数	20	15	10	15
随机数	0.40	0.05	0.24	0.33	随机数	0.51	0.58	0.60	0.03
R1	08	01	03	05	R11	11	09	06	01
随机数	0.55	0.47	0.69	0.29	随机数	0.09	0.93	0.04	0.71
R2	11	07	07	05	R12	02	14	01	11
随机数	0.69	0.35	0.64	0.37	随机数	0.57	0.92	0.28	0.99
R3	14	06	07	06	R13	12	14	03	15
随机数	0.04	0.07	0.73	0.78	随机数	0.67	0.53	0.86	0.73
R4	01	02	08	12	R14	14	08	09	11
随机数	0.91	0.87	0.11	0.41	随机数	0.28	0.51	0.08	0.76
R5	19	14	11	07	R15	06	08	01	12
随机数	0.87	0.29	0.93	0.51	随机数	0.61	0.79	0.31	0.63
R6	18	05	10	08	R16	13	12	04	10
随机数	0.33	0.09	0.24	0.10	随机数	0.13	0.24	0.30	0.73
R7	07	02	03	02	R17	03	04	03	11
随机数	0.90	0.44	0.90	0.16	随机数	0.73	0.85	0.03	0.68
R8	18	07	09	03	R18	15	13	01	11
随机数	0.78	0.85	0.52	0.22	随机数	0.83	0.10	0.53	0.56
R9	16	13	06	03	R19	17	02	06	09
随机数	0.12	0.80	0.81	0.91	随机数	0.04	0.06	0.81	0.63
R10	03	12	09	14	R20	01	01	09	10

9 关于二次或多次抽样的说明

当采用二次或多次抽样时,随机抽取样本并检验,如果需要还要抽取第二、第三样本等。在这种情况下,使用本章介绍的随机抽样方法,并未产生更多的困难。有时抽取可能所需要的最大样本,并在检验之前将其分为一次样本、二次样本等,这将更为方便。此时,重要的是,不仅最大样本要求从批中随机抽取,第一、第二样本也要从最大样本中随机抽取。当使用分层抽样时,这一点特别需要记住,例如,如果允许所有的第一样本都从一个子批中抽取而所有的第二样本都从另一个子批中抽取是非常错误的。

附 录 A
(规范性附录)
随 机 数 表

表 A.1 随机数表 I

03 47 43 73 86	36 96 47 36 61	46 98 63 71 62	33 26 16 80 45	60 11 14 10 95
97 74 24 67 62	42 81 14 57 20	42 53 32 37 32	27 07 36 07 51	24 51 79 89 73
16 76 62 27 66	56 50 26 71 07	32 90 79 78 53	13 55 38 58 59	88 97 54 14 10
12 56 85 99 26	96 96 68 27 31	05 03 72 93 15	57 12 10 14 21	88 26 49 81 76
55 59 56 35 64	38 54 82 46 22	31 62 43 09 90	06 18 44 32 53	23 83 01 30 30
16 22 77 94 39	49 54 43 54 82	17 37 93 23 78	87 35 20 96 43	84 26 34 91 64
84 42 17 53 31	57 24 55 06 88	77 04 74 47 67	21 76 33 50 25	83 92 12 06 76
62 01 63 78 59	16 95 55 67 19	98 10 50 71 75	12 86 73 58 07	44 39 52 38 79
33 21 12 34 29	78 64 56 07 82	52 42 07 44 38	15 51 00 13 42	99 66 02 79 54
57 60 86 32 44	09 47 27 96 54	49 17 46 09 62	90 52 84 77 27	08 02 73 43 28
18 18 07 92 45	44 17 16 58 09	79 83 86 19 62	06 76 50 03 10	55 23 64 05 05
26 62 38 97 75	84 16 07 44 99	83 11 46 32 24	20 14 85 88 45	10 93 72 88 71
23 42 40 64 74	82 97 77 77 81	07 45 32 14 08	32 98 94 07 72	93 85 79 10 75
52 36 28 19 95	50 92 26 11 97	00 56 76 31 38	80 22 02 53 53	86 60 42 04 53
37 85 94 35 12	83 39 50 08 30	42 34 07 96 88	54 42 06 87 98	35 85 29 48 39
70 29 17 12 13	40 33 20 38 26	13 89 51 03 74	17 76 37 13 04	07 74 21 19 30
56 62 18 37 35	96 83 50 87 75	97 12 25 93 47	70 33 24 03 54	97 77 46 44 80
99 49 57 22 77	88 42 95 45 72	16 64 36 16 00	04 43 18 66 79	94 77 24 21 90
16 08 15 04 72	33 27 14 34 09	45 59 34 68 49	12 72 07 34 45	99 27 72 95 14
31 16 93 32 43	50 27 89 87 19	20 15 37 00 49	52 85 66 60 44	38 68 88 11 80
68 34 30 13 70	55 74 30 77 40	44 22 78 84 26	04 33 46 09 52	68 07 97 06 57
74 57 25 65 76	59 29 97 68 60	71 91 38 67 54	13 58 18 24 76	15 54 55 95 52
27 42 37 86 53	48 55 90 65 72	96 57 69 36 10	96 46 92 42 45	97 60 49 04 91
00 39 68 29 61	66 37 32 20 30	77 84 57 03 29	10 45 65 04 26	11 04 96 67 24
29 94 98 94 24	68 49 69 10 82	53 75 91 93 30	34 25 20 57 27	40 48 73 51 92
16 90 82 66 59	83 62 64 11 12	67 19 00 71 74	60 47 21 29 68	02 02 37 03 31
11 27 94 75 06	06 09 19 74 66	02 94 37 34 02	76 70 90 30 86	38 45 94 30 38
35 24 10 16 20	33 32 51 26 38	79 78 45 04 91	16 92 53 56 16	02 75 50 95 98
38 23 16 86 38	42 38 97 01 50	87 75 66 81 41	40 01 74 91 62	48 51 84 08 32
31 96 25 91 47	96 44 33 49 13	34 86 82 53 91	00 52 43 48 85	27 55 26 89 62
66 67 40 67 14	64 05 71 95 86	11 05 65 09 68	76 83 20 37 90	57 16 00 11 66
14 90 84 45 11	75 73 88 05 90	52 27 41 14 86	22 98 12 22 08	07 52 74 95 80
68 05 51 18 00	33 96 02 75 19	07 60 62 93 55	59 33 82 43 90	49 37 38 44 59
20 46 78 73 90	97 51 40 14 02	04 02 33 31 08	39 54 16 49 36	47 95 93 13 30
64 19 58 97 79	15 06 15 93 20	01 90 10 75 06	40 78 78 89 62	02 67 74 17 33
65 26 93 70 60	22 35 85 15 13	92 03 51 59 77	59 56 78 06 83	52 91 05 70 74
07 97 10 88 23	09 98 42 99 64	61 71 62 99 15	06 51 29 16 93	58 05 77 09 51
68 71 86 85 85	54 87 66 47 54	73 32 08 11 12	44 95 92 63 16	29 56 24 29 48
26 99 61 65 53	58 37 78 80 70	42 10 50 67 42	32 17 55 85 74	94 44 67 16 94
14 65 52 68 75	87 59 36 22 41	26 78 63 06 55	13 08 27 01 50	15 29 39 39 43
17 53 77 58 71	71 41 61 50 72	12 41 94 96 26	44 95 27 36 99	02 96 74 30 83
90 26 59 21 19	23 52 23 33 12	96 93 02 18 39	07 02 18 36 07	25 99 32 70 23
41 23 52 55 99	31 04 49 69 96	10 47 48 45 88	13 41 43 89 20	97 17 14 49 17
60 20 50 81 69	31 99 73 68 68	35 81 33 03 76	24 30 12 48 60	18 99 10 72 34
91 25 38 05 90	94 58 28 41 36	45 37 59 03 09	90 35 57 29 12	82 62 54 65 60
34 50 57 74 37	98 80 33 00 91	09 77 93 19 82	74 94 80 04 04	45 07 31 66 49
85 22 04 39 43	73 81 53 94 79	33 62 46 86 28	08 31 54 46 31	53 94 13 38 47
09 79 13 77 48	73 82 97 22 21	05 03 27 24 83	72 89 44 05 60	35 80 39 94 88
88 75 80 18 14	22 95 75 42 49	39 32 82 22 49	02 48 07 70 37	16 04 61 67 87
90 96 23 70 00	39 00 03 06 90	55 85 78 38 36	94 37 30 69 32	90 89 00 76 33

表 A.2 随机数表Ⅱ

53 74 23 99 67	61 32 28 69 84	94 62 67 86 24	98 33 41 19 95	47 53 53 38 09
63 38 06 86 54	99 00 65 26 94	02 82 90 23 07	79 62 67 80 60	75 91 12 81 19
35 30 58 21 46	06 72 17 10 94	25 21 31 75 96	49 28 24 00 49	55 65 79 78 07
63 43 36 82 69	65 51 18 37 88	61 38 44 12 45	32 92 85 88 65	54 34 81 85 35
98 25 37 55 26	01 91 82 81 46	74 71 12 94 97	24 02 71 37 07	03 92 18 66 75
02 63 21 17 69	71 50 80 89 56	38 15 70 11 48	43 40 45 86 98	00 83 26 91 03
64 55 22 21 82	48 22 28 06 00	61 54 13 43 91	82 78 12 23 29	06 66 24 12 27
85 07 26 13 89	01 10 07 82 04	59 63 69 36 03	69 11 15 83 80	13 29 54 19 28
58 54 16 24 15	51 54 44 82 00	62 61 65 04 69	38 18 65 18 97	85 72 13 49 21
34 85 27 84 87	61 48 64 56 26	90 18 48 13 26	37 70 15 42 57	65 65 80 39 07
03 92 18 27 46	57 99 16 96 56	30 33 72 85 22	84 64 38 56 98	99 01 30 98 64
62 93 30 27 59	37 75 41 66 48	86 97 80 61 45	23 53 04 01 63	45 76 08 64 27
08 45 93 15 22	60 21 75 46 91	98 77 27 85 42	28 88 61 08 84	69 62 03 42 73
07 08 55 18 40	45 44 75 13 90	24 94 96 61 02	57 55 66 83 15	73 42 37 11 61
01 85 89 95 66	51 10 19 34 88	15 84 97 19 75	12 76 39 43 78	64 63 91 08 25
72 84 71 14 35	19 11 58 49 26	50 11 17 17 76	86 31 57 20 18	95 60 78 46 75
88 78 28 16 84	13 52 53 94 53	75 45 69 30 96	73 89 65 70 31	99 17 43 48 76
45 17 75 65 57	28 40 19 72 12	25 12 74 75 67	60 40 60 81 19	24 62 01 61 16
96 76 28 12 54	22 01 11 94 25	71 96 16 16 88	68 64 36 74 45	19 59 50 88 92
43 31 67 72 30	24 02 94 08 63	38 32 36 66 02	69 36 38 25 39	48 03 45 15 22
50 44 66 44 21	66 06 58 05 62	68 15 54 35 02	42 35 48 96 32	14 52 41 52 48
22 66 22 15 86	26 63 75 41 99	58 42 36 72 24	58 37 52 18 51	03 37 18 39 11
96 24 40 14 51	23 22 30 88 57	95 67 47 29 83	94 69 40 06 07	18 16 36 78 86
31 73 91 61 19	60 20 72 93 48	98 57 07 23 69	65 95 39 69 58	56 80 30 19 44
78 60 73 99 84	43 89 94 36 45	56 69 47 07 41	90 22 91 07 12	78 35 34 08 72
84 37 90 61 56	70 10 23 98 05	85 11 34 76 60	76 48 45 34 60	01 64 18 39 96
36 67 10 08 23	98 93 35 08 86	99 29 76 29 81	33 34 91 58 93	63 14 52 32 52
07 28 59 07 48	89 64 58 89 75	83 85 62 27 89	30 14 78 56 27	86 63 59 80 02
10 15 83 87 60	79 24 31 66 56	21 48 24 06 93	91 98 94 05 49	01 47 59 38 00
55 19 68 97 65	03 73 52 16 56	00 53 55 90 27	33 42 29 38 87	22 13 88 83 34
53 81 29 13 39	35 01 20 71 34	62 33 74 82 14	53 73 19 09 03	56 54 29 56 93
51 86 32 68 92	33 98 74 66 99	40 14 71 94 58	45 94 19 38 81	14 44 99 81 07
35 91 70 29 13	80 03 54 07 27	96 94 78 32 66	50 95 52 74 33	13 80 55 62 54
37 71 67 95 13	20 02 44 95 94	64 85 04 05 72	01 32 90 76 14	53 89 74 60 41
93 66 13 83 27	92 79 64 64 72	28 54 96 53 84	48 14 52 98 94	56 07 93 89 30
02 96 08 45 65	13 05 00 41 84	93 07 54 72 59	21 45 57 09 77	19 48 56 27 44
49 83 43 48 35	82 88 33 69 96	72 36 04 19 76	47 45 15 18 60	82 11 08 95 97
84 60 71 62 46	40 80 81 30 37	34 39 23 05 38	25 15 35 71 30	88 12 57 21 77
18 17 30 88 71	44 91 14 88 47	89 23 30 63 15	56 34 20 47 89	99 82 93 24 98
79 69 10 61 78	71 32 76 95 62	87 00 22 58 40	92 54 01 75 25	43 11 71 99 31
75 93 36 57 83	56 20 14 82 11	74 21 97 90 65	96 42 68 63 86	74 54 13 26 94
38 30 92 29 03	06 28 81 39 38	62 25 06 84 63	61 29 08 93 67	04 32 92 08 09
51 29 50 10 34	31 57 75 95 80	51 97 02 74 77	76 15 48 49 44	18 55 63 77 09
21 31 38 86 24	37 79 81 53 74	73 24 16 10 33	52 83 90 94 76	70 47 14 54 36
29 01 23 87 88	58 02 39 37 67	42 10 14 20 92	16 55 23 42 45	54 96 09 11 06
95 33 95 22 00	18 74 72 00 18	38 79 58 69 32	81 76 80 26 92	82 80 84 25 39
90 84 60 79 80	24 36 59 87 38	82 07 53 89 35	96 35 23 79 18	05 98 90 07 35
46 40 62 98 82	54 97 20 56 95	15 74 80 08 32	16 46 70 50 80	67 72 16 42 79
20 31 89 03 43	38 46 82 68 72	32 14 82 99 70	80 60 47 18 97	63 49 30 21 30
71 59 73 05 50	08 22 23 71 77	91 01 93 20 49	82 96 59 26 94	66 39 67 98 60

表 A.3 随机数表Ⅲ

22 17 68 65 84	68 95 23 92 35	87 02 22 57 51	61 09 43 95 06	58 24 82 03 47
19 36 27 59 46	13 79 93 37 55	39 77 32 77 09	85 52 05 30 62	47 83 51 62 74
16 77 23 02 77	09 61 87 25 21	28 06 24 25 93	16 71 13 59 78	23 05 47 47 25
78 43 76 71 61	20 44 90 32 64	97 67 63 99 61	46 38 03 93 22	69 81 21 99 21
03 28 28 26 08	73 37 32 04 05	69 30 16 09 05	88 69 58 28 99	35 07 44 75 47
93 22 53 64 39	07 10 63 76 35	87 03 04 79 88	08 13 13 85 51	55 34 57 72 69
78 76 58 54 74	92 38 70 96 92	52 06 79 79 45	82 63 18 27 44	69 66 92 19 09
23 68 35 26 00	99 53 93 61 28	52 70 05 48 34	56 65 05 61 86	90 92 10 70 80
15 39 25 70 99	93 86 52 77 65	15 33 59 05 28	22 87 26 07 47	86 96 98 29 06
58 71 96 30 24	18 46 23 34 27	85 13 99 24 44	49 18 09 79 49	74 16 32 23 02
57 35 27 33 72	24 53 63 94 09	41 10 76 47 91	44 04 95 49 66	39 60 04 59 81
48 50 86 54 48	22 06 34 72 52	82 21 15 65 20	33 29 94 71 11	15 91 29 12 03
61 96 48 95 03	07 16 39 33 66	98 56 10 56 79	77 21 30 27 12	90 49 22 23 62
36 93 89 41 26	29 70 83 63 51	99 74 20 52 36	87 09 41 15 09	98 60 16 03 03
18 87 00 42 31	57 90 12 02 07	23 47 37 17 31	54 08 01 88 63	39 41 88 92 10
88 56 53 27 59	33 35 72 67 47	77 34 55 45 70	08 18 27 38 90	16 95 86 70 75
09 72 95 84 29	49 41 31 06 70	42 38 06 45 18	64 84 73 31 65	52 53 37 97 15
12 96 88 17 31	65 19 69 02 83	60 75 86 90 68	24 64 19 35 51	56 61 87 39 12
85 94 57 24 16	92 09 84 38 76	22 00 27 69 85	29 81 94 78 70	21 94 47 90 12
38 64 43 59 98	98 77 87 68 07	91 51 67 62 44	40 98 05 93 78	23 32 65 41 18
53 44 09 42 72	00 41 86 79 79	68 47 22 00 20	35 55 31 51 51	00 83 63 22 55
40 76 66 26 84	57 99 99 90 37	36 63 32 08 58	37 40 13 68 97	87 64 81 07 83
02 17 79 18 05	12 59 52 57 02	22 07 90 47 03	28 14 11 30 79	20 69 22 40 98
95 17 82 06 53	31 51 10 96 46	92 06 88 07 77	56 11 50 81 69	40 23 72 51 39
35 76 22 42 92	96 11 83 44 80	34 68 35 48 77	33 42 40 90 60	73 96 53 97 86
26 29 13 56 41	85 47 04 66 08	34 72 57 59 13	82 43 80 46 15	38 26 61 70 04
77 80 20 75 82	72 82 32 99 90	63 95 73 76 63	89 73 44 99 05	48 67 26 43 18
46 40 66 44 52	91 36 74 43 53	30 82 13 54 00	78 45 63 98 35	55 03 36 67 68
37 56 08 18 09	77 53 84 46 47	31 91 18 95 58	24 16 74 11 53	44 10 13 85 57
61 65 61 68 66	37 27 47 39 19	84 83 70 07 48	53 21 40 06 71	95 06 79 88 54
93 43 69 64 07	34 18 04 52 35	56 27 09 24 86	61 85 53 83 45	19 90 70 99 00
21 96 60 12 99	11 20 99 45 18	48 13 93 55 34	18 37 79 49 90	65 97 38 20 46
95 20 47 97 97	27 37 83 28 71	00 06 41 41 74	45 89 09 39 84	51 67 11 52 49
97 86 21 78 73	10 65 81 92 59	58 76 17 14 97	04 76 62 16 17	17 95 70 45 80
69 92 06 34 13	59 71 74 17 32	27 55 10 24 19	28 71 82 13 74	63 52 52 01 41
04 31 17 21 56	33 73 99 19 87	26 72 39 27 67	53 77 57 68 93	60 61 97 22 61
61 06 98 03 91	87 14 77 43 96	43 00 65 98 50	45 60 33 01 07	98 99 46 50 47
85 93 85 86 88	72 87 08 62 40	16 06 10 89 20	23 21 34 74 97	76 38 03 29 63
21 74 32 47 45	73 96 07 94 52	09 65 90 77 47	25 76 16 19 33	53 05 70 53 30
15 69 53 82 80	79 96 23 53 10	65 39 07 16 29	45 33 02 43 70	02 87 40 41 45
02 89 08 04 49	20 21 14 68 86	87 63 93 95 17	11 29 01 95 80	35 14 97 35 33
87 18 15 89 79	85 43 01 72 73	08 61 74 51 69	89 74 39 82 15	94 51 33 41 67
98 83 71 94 22	59 97 50 99 52	08 52 85 08 40	87 80 61 65 31	91 51 80 32 44
10 08 58 21 66	72 68 49 29 31	89 85 84 46 06	59 73 19 85 23	65 09 29 75 63
47 90 56 10 08	88 02 84 27 83	42 29 72 23 19	66 56 46 65 79	20 71 53 20 25
22 85 61 68 90	49 64 92 85 44	16 40 12 89 88	50 14 49 81 06	01 82 77 45 12
67 80 43 79 33	12 83 11 41 16	25 58 19 68 70	77 02 54 00 52	53 43 37 15 26
27 62 50 96 72	79 44 61 40 15	14 53 40 65 39	27 31 58 50 28	11 39 03 34 25
83 78 80 87 15	38 30 06 38 21	14 47 47 07 26	54 96 87 53 32	40 36 40 96 76
13 13 92 66 99	47 24 49 57 74	32 25 43 62 17	10 97 11 69 84	99 63 22 32 98

表 A.4 随机数表Ⅳ

10 27 53 96 23	71 50 54 36 23	54 31 04 82 98	04 14 12 15 09	26 78 25 47 47
28 41 50 61 88	64 85 27 20 18	83 36 36 05 56	39 71 65 09 62	94 76 62 11 89
34 21 42 57 02	59 19 18 97 48	80 30 03 30 98	05 24 67 70 07	84 97 50 87 40
61 81 77 23 23	82 82 11 54 08	53 28 70 58 96	44 07 39 55 43	42 34 43 39 28
61 15 18 13 54	16 86 20 26 88	90 74 80 55 09	14 53 90 51 17	52 01 63 01 59
91 76 21 64 64	44 91 13 32 97	75 31 62 66 54	84 80 32 75 77	56 08 25 70 29
00 97 79 08 06	37 30 28 59 85	53 56 68 53 40	01 74 39 59 73	30 19 99 85 48
36 46 18 34 94	75 20 80 27 77	78 91 69 16 00	08 43 18 73 68	67 69 61 34 25
88 98 99 60 50	65 95 79 42 94	93 62 40 89 96	43 56 47 71 66	46 76 29 67 02
04 37 59 87 21	05 02 03 24 17	47 97 81 56 51	92 34 86 01 82	55 51 33 12 91
63 62 06 34 41	94 21 78 55 09	72 76 45 16 94	29 95 81 83 83	79 88 01 97 30
78 47 23 53 90	34 41 92 45 71	09 23 70 70 07	12 38 92 79 43	14 85 11 47 23
87 68 62 15 43	53 14 36 59 25	54 47 33 70 15	59 24 48 40 35	50 03 42 99 36
47 60 92 10 77	88 59 53 11 52	66 25 69 07 04	48 68 64 71 06	61 65 70 22 12
56 88 87 59 41	65 28 04 67 53	95 79 88 37 31	50 41 06 94 76	81 83 17 16 33
02 57 45 86 67	73 43 07 34 48	44 26 87 93 29	77 09 61 67 84	06 69 44 77 75
31 54 14 13 17	48 62 11 90 60	68 12 93 64 28	46 24 79 16 76	14 60 25 51 01
28 50 16 43 36	28 97 85 58 99	67 22 52 76 23	24 70 36 54 54	59 28 61 71 96
63 29 62 66 50	02 63 45 52 38	67 63 47 54 75	83 24 78 43 20	92 63 13 47 48
45 65 58 26 51	76 96 59 38 72	86 57 45 71 46	44 67 76 14 55	44 88 01 62 12
39 65 36 63 70	77 45 85 50 51	74 13 39 35 22	30 53 36 02 95	49 34 88 73 61
73 71 98 16 04	29 18 94 51 23	76 51 94 84 86	79 93 96 38 63	08 58 25 58 94
72 20 56 20 11	72 65 71 08 86	79 57 95 13 91	97 48 72 66 48	09 71 17 24 89
75 17 26 99 76	89 37 20 70 01	77 31 61 95 46	26 97 05 73 51	53 33 18 72 87
07 48 60 82 29	81 30 15 39 14	48 38 75 93 29	06 87 37 78 48	45 56 00 84 47
68 08 02 80 72	83 71 46 30 49	89 17 95 88 29	02 39 56 03 46	97 74 06 56 17
14 23 98 61 67	70 52 85 01 50	01 84 02 78 43	10 62 98 19 41	18 83 99 47 99
49 08 96 21 44	25 27 99 41 28	07 41 08 34 66	19 42 74 39 91	41 96 53 78 72
78 37 06 08 43	63 61 62 42 29	39 68 95 10 96	09 24 23 00 62	56 12 80 73 16
37 21 34 17 68	68 96 83 23 56	32 84 60 15 31	44 73 67 34 77	91 15 79 74 58
14 29 09 34 04	87 83 07 55 07	76 58 30 83 64	87 29 25 58 84	86 50 60 00 25
58 43 28 06 36	49 52 83 51 14	47 56 91 29 34	05 87 31 06 95	12 45 57 09 09
10 43 67 29 70	80 62 80 03 42	10 80 21 38 84	90 56 35 03 09	43 12 74 49 14
44 38 88 39 54	86 97 37 44 22	00 95 01 31 76	17 16 29 56 63	38 78 94 49 81
90 69 59 19 51	85 39 52 85 13	07 28 37 07 61	11 16 36 27 03	78 86 72 04 95
41 47 10 25 62	97 05 31 03 61	20 26 36 31 62	68 69 86 95 44	84 95 48 46 45
91 94 14 63 19	75 89 11 47 11	31 56 34 19 09	79 57 92 36 59	14 93 87 81 40
80 06 54 18 66	09 18 94 06 19	98 40 07 17 81	22 45 44 84 11	24 62 20 42 31
67 72 77 63 48	84 08 31 55 58	24 33 45 77 58	80 45 67 93 82	75 70 16 08 24
59 40 24 13 27	79 26 88 86 30	01 31 60 10 39	53 58 47 70 93	85 81 56 39 38
05 90 35 89 95	01 61 16 96 94	50 78 13 69 36	37 68 53 37 31	71 26 35 03 71
44 43 80 69 98	46 68 05 14 82	90 78 50 05 62	77 79 13 57 44	59 60 10 39 66
61 81 31 96 82	00 57 25 60 59	46 72 60 18 77	55 66 12 62 11	08 99 55 64 57
42 88 07 10 05	24 98 65 63 21	47 21 61 88 32	27 80 30 21 60	10 92 35 36 12
77 94 30 05 39	28 10 99 00 27	12 73 73 99 12	49 99 57 94 82	96 88 57 17 91
78 83 19 76 16	94 11 68 84 26	23 54 20 86 85	23 86 66 99 07	36 37 34 92 09
87 76 59 61 81	43 63 64 61 61	65 76 36 95 90	18 48 27 45 68	27 23 65 30 72
91 43 05 96 47	55 78 99 95 24	37 55 35 78 78	01 48 41 19 10	35 19 54 07 73
84 97 77 72 73	09 62 06 65 72	87 12 49 03 60	41 15 20 76 27	50 47 02 29 16
87 41 60 76 83	44 88 96 07 80	83 05 83 38 96	73 70 66 81 90	30 56 10 48 59

表 A.5 随机数表 V

28 89 65 87 08	13 50 63 04 23	25 47 57 91 13	52 62 24 19 94	91 67 48 57 10
30 29 43 65 42	78 66 28 55 80	47 46 41 90 08	55 98 78 10 70	49 92 05 12 07
95 74 62 60 53	51 57 32 22 27	12 72 72 27 77	44 67 32 23 13	67 95 07 76 30
01 85 54 96 72	66 86 65 64 60	56 59 75 36 75	46 44 33 63 71	54 50 06 44 75
10 91 46 96 86	19 83 52 47 53	65 00 51 93 51	30 80 05 19 29	56 23 27 19 03
05 33 18 08 51	51 78 57 26 17	34 87 96 23 95	89 99 93 39 79	11 28 94 15 52
04 43 13 37 00	79 68 96 26 60	70 39 83 66 56	62 03 55 86 57	77 55 33 62 02
05 85 40 25 24	73 52 93 70 50	48 21 47 74 63	17 27 27 51 26	35 96 29 00 45
84 90 90 65 77	63 99 25 69 02	09 04 03 35 78	19 79 95 07 21	02 84 48 51 97
28 55 53 09 48	86 28 30 02 35	71 30 32 06 47	93 74 21 86 33	49 90 21 69 74
89 83 40 69 80	97 96 47 59 97	56 33 24 87 36	17 18 16 90 46	75 27 28 52 13
73 20 96 05 68	93 41 69 96 07	97 50 81 79 59	42 37 13 81 83	92 42 85 04 31
10 89 07 76 21	40 24 74 36 42	40 33 04 46 24	35 63 02 31 61	34 59 43 36 96
91 50 27 78 37	06 06 16 25 98	17 78 80 36 85	26 41 77 63 37	71 63 94 94 33
03 45 44 66 88	97 81 26 03 89	39 46 67 21 17	98 10 39 33 15	61 63 00 25 92
89 41 58 91 63	65 99 59 97 84	90 14 79 61 55	56 16 88 87 60	32 15 99 67 43
13 43 00 97 26	16 91 21 32 41	60 22 66 72 17	31 85 33 69 07	68 49 20 43 29
71 71 00 51 72	62 03 89 26 32	35 27 99 18 25	78 12 03 09 70	50 93 19 35 56
19 28 15 00 41	92 27 73 40 38	37 11 05 75 16	98 81 99 37 29	92 20 32 39 67
56 38 30 92 30	45 51 94 69 04	00 84 14 36 37	95 66 39 01 09	21 68 40 95 79
39 27 52 89 11	00 81 06 28 48	12 08 05 75 26	03 35 63 05 77	13 81 20 67 58
73 13 28 58 01	05 06 42 24 07	60 60 29 99 93	72 93 78 04 36	25 76 01 54 03
81 60 84 51 57	12 68 46 55 89	60 09 71 87 89	70 81 10 95 91	83 79 68 20 66
05 62 98 07 85	07 79 26 69 61	67 85 72 37 41	85 79 76 48 23	61 58 87 08 05
62 97 16 29 18	52 16 16 23 56	62 95 80 97 63	32 25 34 03 36	48 84 60 37 65
31 13 63 21 08	16 01 92 58 21	48 79 74 73 72	08 64 80 91 38	07 28 66 61 59
97 38 35 34 19	89 84 05 34 47	88 09 31 54 88	97 96 86 01 69	46 13 95 65 96
32 11 78 33 82	51 99 98 44 39	12 75 10 60 36	80 66 39 94 97	42 36 31 16 59
81 99 13 37 05	08 12 60 39 23	61 73 84 89 18	26 02 04 37 95	96 18 69 06 30
45 74 00 03 05	69 99 47 26 52	48 06 30 00 18	03 30 28 55 59	66 10 71 44 05
11 84 13 69 01	88 91 28 79 50	71 42 14 96 55	98 59 96 01 36	88 77 90 45 59
14 66 12 87 22	59 45 27 08 51	85 64 23 85 41	64 72 08 59 44	67 98 36 65 56
40 25 67 87 82	84 27 17 30 37	48 69 49 02 58	98 02 50 58 11	95 39 06 35 63
44 48 97 49 43	65 45 53 41 07	14 83 46 74 11	76 66 63 60 08	90 54 33 65 84
41 94 54 06 57	48 28 01 83 84	09 11 21 91 73	97 28 44 74 06	22 30 95 69 72
07 12 15 58 84	93 18 31 83 45	54 52 62 29 91	53 58 54 66 05	47 19 63 92 75
64 27 90 43 52	18 26 32 96 83	50 58 45 27 57	14 96 39 64 85	73 87 96 76 23
80 71 86 41 03	45 62 63 40 88	35 69 34 10 94	32 22 52 04 74	69 63 21 83 41
27 06 08 09 92	26 22 59 28 27	38 58 22 14 79	24 32 12 38 42	33 56 90 92 57
54 68 97 20 54	33 26 74 03 30	74 22 19 13 48	30 28 01 92 49	58 61 52 27 03
02 92 65 68 99	05 53 15 26 70	04 69 22 64 07	04 73 25 74 82	78 35 22 21 88
83 52 57 78 62	98 61 70 48 22	68 50 64 55 75	42 70 32 09 60	58 70 61 43 97
82 82 76 31 33	85 13 41 38 10	16 47 61 43 77	83 27 19 70 41	34 78 77 60 25
38 61 34 09 49	04 41 66 09 76	20 50 73 40 95	24 77 95 73 20	47 42 80 61 03
01 01 11 88 38	03 10 16 82 24	39 58 20 12 39	82 77 02 18 88	33 11 49 15 16
21 66 14 38 28	54 08 18 07 04	92 17 63 36 75	33 14 11 11 78	97 30 53 62 38
32 29 30 69 59	68 50 33 31 47	15 64 88 75 27	04 51 41 61 96	86 62 93 66 71
04 59 21 65 47	39 90 89 86 77	46 86 86 88 86	50 09 13 24 91	54 80 67 78 66
38 64 50 07 36	56 50 45 94 25	48 28 48 30 51	60 73 73 03 87	68 47 37 10 84
48 33 50 83 53	59 77 64 59 90	58 92 62 50 18	93 09 45 89 06	13 26 98 86 29

附录 B
(规范性附录)
随机抽样的扑克牌法

B.1 引言

当本标准提供的随机抽样方法(工具)不易获得或不便应用时,可采用本附录提供的扑克牌法生成的随机数进行随机抽样。

把一副扑克牌的四种花色的 A,2,3,4,5,6,7,8,9,10 共 40 张,把 A 作为 1,10 作为 0(见表 B.1)。

表 B.1 扑克牌编码表

扑克牌号码	A	2	3	4	5	6	7	8	9	10
代表号码	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

B.2 产生随机数 R_0 的方法

用扑克牌产生随机数 R_0 的步骤如下:

- a) 在开始使用时,应彻底地洗牌、切牌 4 次以上。
- b) 经彻底洗牌、切牌以后,翻开最上面的一张,并记下一个数码,这相当于得到一个随机数字。
- c) 按照所需随机数的位数重复以上过程,即可获得所需的随机数。如果需要两位数的随机数,就把两次切洗后得到的数码组成一组;如果需要三位数的随机数,就把三次切洗后得到的数码组成一组。依此类推,就可以得到我们所需要的任意位长的随机数。

注:在生成随机数的过程中,每次必须把抽出的牌放回去,并经过彻底切洗以后才能抽取下一张牌。

B.3 扑克牌法示例

设批量 $N=90$, 样本量 $n=5$, 试对其进行随机抽样。

将批中的单位产品按自然数从“1”开始顺序编号到 90。

用扑克牌获得随机数 R_0 并读取样本单元编号 R 。

- a) 若抽出的第一个随机数 $R_0=23$, 则取 $R=R_0=23$;
- b) 若抽出的第二个随机数 $R_0=08$, 则取 $R=R_0=8$;
- c) 若抽出的第三个随机数 $R_0=23$, 则应舍弃重抽;
- d) 重抽出的第三个随机数 $R_0=40$, 则取 $R=R_0=40$;
- e) 若抽出的第四个随机数 $R_0=12$, 则取 $R=R_0=12$;
- f) 若抽出的第五个随机数 $R_0=85$, 则取 $R=R_0=85$ 。

从批中取出编号为 8、12、23、40、85 的 5 个单位产品。

注:为提高效率亦可采用 5.1.3 中注 1 的方法。

附录 C

(规范性附录)

产生伪随机数的方法与程序

C.1 利用溢出原理的乘同余法

线性同余发生器 LCG(Linear Congruence Generator)是目前使用最普遍、发展最迅速的产生随机数的数学方法。

LCG 方法的一般递推公式为

$$\begin{cases} x_n = (ax_{n-1} + c) \pmod{M} \\ r_n = x_n / M, \\ \text{初值 } x_0 \end{cases} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

其中 M 为模数, a 为乘子, c 为增量, 且 x_n, M, a, c 均为非负整数, r_n 是产生的随机数。

递推公式中的 $c=0$ 时, 就是乘同余法。当上面公式中的参数选取合适时, 就可以得到统计意义上满意的随机数。

为了从算法上考虑更快产生随机数, 宜使用如下溢出原理。

当模 $M=2^L$ 时, 利用乘同余法产生数列 $\{x_n\}$ 时, 需要计算以 M 为模的余数: $x_n = (ax_{n-1}) \pmod{M}$ 。若 $ax_{n-1} < M$, 则 $x_n = ax_{n-1}$; 若 $ax_{n-1} \geq M$, 记 $ax_{n-1} = \sum_{i=0}^k \alpha_i 2^i$ ($\alpha_k = 1, k \geq L$), 这时

$$ax_{n-1} = \sum_{i=0}^{L-1} \alpha_i 2^i + 2^L \sum_{i=L}^k \alpha_i 2^{i-L} = r + Mq$$

故

$$x_n = r = \sum_{i=0}^{L-1} \alpha_i 2^i$$

如果取 L 为计算机中整数的尾数字长, 比如 $L=31$ 或 $L=15$ 等。因计算机可以存放的最大整数为 $2^L - 1$ 。当整数相乘后如果 $ax_{n-1} = \sum_{i=0}^k \alpha_i 2^i > 2^L - 1$ (即 $k \geq L$), 这时将数值 ax_{n-1} 存入计算机的存储单元时会发生溢出。它将导致最左边的 $k-L+1$ 个二进制丢失(溢出)。而保留的 L 位数值正好就是 x_n 。

C.2 线性同余组合发生器

随机数研究导致了各种各样的新方法, 比如逆同余发生器、Fibonacci 随机数、Tausworethe 随机数、进位加发生器和错位减发生器、复合素数随机数发生器和混沌映射随机数发生器、克努斯减去方法等。组合发生器是指几个不同随机数发生器组合所得的一类发生器。线性同余组合法与单独使用线性同余法相比, 其产生的随机数周期更长, 随机性和均匀性都有较好的改进。

下面介绍乘同余组合发生器^[1], 然后给出两个示例, 示例中的参数都是被优化过的。

一个 k 阶 MRG(Multiple Recursive Generator) 定义为:

$$x_n = (a_1 x_{n-1} + \dots + a_k x_{n-k}) \pmod{m} \quad \dots \dots \dots (C.1)$$

$$r_n = x_n / m$$

其中 m 和 k 都是正整数, $a_i \in Z = \{0, 1, \dots, m-1\}$ ^{[2][4]}。

下面要介绍的随机数发生器(RNGs)是 J 个式(C.1)组合, 即式(C.2):

$$x_{j,n} = (a_{j,1} x_{j,n-1} + \dots + a_{j,k} x_{j,n-k}) \pmod{m_j} \quad \dots \dots \dots (C.2)$$

其中 $j=1, 2, \dots, J, m_j$ 为不同的素数, 其中第 j 个随机数发生器有 k 阶滞后, 其周期长为 $(m_j^k - 1)$ 。令 $\delta_1, \dots, \delta_j$ 为每个和 m_j 互为素数的 J 个任意整数。现可定义如下两个线性同余组合发生器:

$$w_n = \left(\sum_{j=1}^J \delta_j \frac{x_{j,n}}{m_j} \right) \bmod 1 \quad \dots\dots\dots (C.3)$$

和

$$z_n = \left(\sum_{j=1}^J \delta_j x_{j,n} \right) \bmod m_j \quad \dots\dots\dots (C.4)$$

$$r_n = z_n / m_1$$

{ w_n }和{ r_i }定义了两类不同的随机数发生序列^{[2][3]}。

现给出(C.4)的线性同余组合发生器两个实用例子,关于 k 和 m_j 的取值可以查询 L'Ecuyer (1999)。线性同余组合发生器(C.3)的例子可参考 L'Ecuyer-Tezuka(1991)。

示例1:该示例经杨自强、魏公毅(2005)通过反复寻优算得^{[5][6][7]}。该发生器所得随机序列的周期能达到其最大值 $(m_1-1)(m_2-1)/2 \approx 2^{51}$,其中 m_1 和 m_2 所组合的两个随机数发生器的模数。

首先取两个初值,不妨记做 $X_0^{(1)}, X_0^{(2)}$,其范围分别是:

$$0 < X_0^{(1)} < 2\,146\,058\,219, 0 < X_0^{(2)} < 2\,145\,434\,063.$$

组合线性同余法是由下面两个乘同余递推式组合而来:

$$X_{i+1}^{(1)} = 43\,465 X_i^{(1)} \pmod{2\,146\,058\,219},$$

$$X_{i+1}^{(2)} = 45\,271 X_i^{(2)} \pmod{2\,145\,434\,063}.$$

组合的方式是:

$$X_{i+1} = (X_{i+1}^{(1)} - X_{i+1}^{(2)}) \pmod{2\,146\,058\,219},$$

$$r_{i+1} = X_{i+1} / 2\,146\,058\,219.$$

{ r_i }就是要产生的(0,1)上的均匀随机数。

为方便使用,本标准提供一个实现上述算法的函数子程序(Fortran语言):

```
REAL FUNCTION RN2LCG(IX)
INTEGER IX(2),IWK
IX(1)=DMOD(43465.ODO*DBLE(IX(1)),2146058219.ODO)
IX(2)=DMOD(45271.ODO*DBLE(IX(2)),2145434063.ODO)
IWK=IX(1)-IX(2)
IF(IWK.LT.0)IWK=IWK+2146058219
RN2LCG=IWK*4.659706E-10
RETURN
END
```

两组乘同余组合发生器的参数见表 C.1^{[5][6]}。

表 C.1 两个高品质的乘同余组合发生器的参数

两个乘同余发生器的组合(周期约 2^{61})			三个乘同余发生器的组合(周期约 2^{88})		
模数	乘子	组合系数	模数	乘子	组合系数
2147472787	36729	1	2147477201	40968	1
2143985443	40973	-1	2144987027	36810	-1
			2144984593	45000	1

示例2:L'Ecuyer(1999)给出的一个改进例子中增加了3阶滞后。该例子的周期长度更长,为 $(m_1^3-1)(m_2^3-1)/2 \approx 2^{191}$ 。在第 n 步有向量组 $s_{1,n} = (x_{1,n}, x_{1,n+1}, x_{1,n+2})$ 和 $s_{2,n} = (x_{2,n}, x_{2,n+1}, x_{2,n+2})$,其对应的迭代式子如下:

$$x_{1,n} = (1\,403\,580x_{1,n-2} - 810\,728x_{1,n-3}) \bmod m_1,$$

$$x_{2,n} = (527\,612x_{2,n-1} - 1\,370\,589x_{2,n-3}) \bmod m_2,$$

其中 $m_1 = 2^{32} - 209 = 4\,294\,967\,087$ 和 $m_2 = 2^{32} - 22\,853 = 4\,294\,944\,443$,组合的方式是:

$$z_n = (x_{1,n} - x_{2,n}) \bmod 4\,294\,967\,087$$

$$r_n = \begin{cases} z_n/4\ 294\ 967\ 088 & \text{if } z_n > 0 \\ 4\ 294\ 967\ 087/4\ 294\ 967\ 088 & \text{if } z_n = 0 \end{cases}$$

$\{r_i\}$ 就是要产生的(0,1)上的均匀随机数。

为方便使用,本标准提供一个实现上述算法的函数子程序(32位C语言):

```
# define norm 2.328306549295728e-10
# define m1 4294967087.0
# define m2 4294944443.0
# define a12 1403580.0
# define a13n 810728.0
# define a21 527612.0
# define a23n 1370589.0
double s10,s11,s12,s20,s21,s22;
double MRG32k3a()
{long k;
double p1,p2;
/* Component 1 */
p1=a12*s11-a13n*s10;
k=p1/m1;p1-=k*m1;if(p1<0.0)p1+=m1;
s10=s11;s11=s12;s12=p1;
/* Component2 */
p2=a21*s22-a23n*s20;
k=p2/m2;p2-=k*m2;if(p2<0.0)p2+=m2;
s20=s21;s21=s22;s22=p2;
/* Combination */
if(p1<=p2)return((p1-p2+m1)*norm);
else return((p1-p2)*norm);
}
```


参 考 文 献

- [1] L'Ecuyer P and Tezuka S. Structural Properties for Two Classes of Combined Random Number Generators[J]. Mathematics of Computation, 1991, 57(19): 735-746.
- Grube, A. 1973. Mehrfach rekursiv-erzeugte Pseudo-Zufallszahlen. Z. Angew. Math. Mech. 53 T223-T225.
- [2] Niederreiter, H. 1992. Random Number Generation and Quasi-Monte Carlo Methods. Volume 63 of SIAM CBMS- NSF Regional Conf; Series in Applied Math. SIAM, Philadelphia, PA.
- [3] L'Ecuyer 1996. Combined multiple recursive random number generators. Oper. Res. 44(5) 816-822.
- [4] Pierre L'Ecuyer (1999). Good Parameters and Implementations for Combined Multiple Recursive Random Number Generators. Operations Research, Vol. 47, No. 1, (Jan. - Feb. , 1999), pp. 159-164.
- [5] 杨自强, 魏公毅. 常见随机数发生器的缺陷及组合随机数发生器的理论与实践[J]. 数理统计与管理. 2001, 20(1): 45—51.
- [6] 杨自强, 魏公毅. 伪随机数、拟随机数和任意分布随机变量抽样程序库使用说明[M]. 北京: 中国科学院数学与系统科学研究院, 计算数学与科学工程计算研究所, 2005(见 <ftp://ftp.cc.ac.cn/pub/software/Linux/random>).
- [7] 杨自强. 你也需要蒙特卡罗方法——一个得心应手的工具[J]. 数理统计与管理. 2007年1月第26卷第1期.
-

中华人民共和国
国家标准
随机数的产生及其在产品质量
抽样检验中的应用程序
GB/T 10111—2008

*

中国标准出版社出版发行
北京复兴门外三里河北街16号
邮政编码:100045

网址 www.spc.net.cn

电话:68523946 68517548

中国标准出版社秦皇岛印刷厂印刷
各地新华书店经销

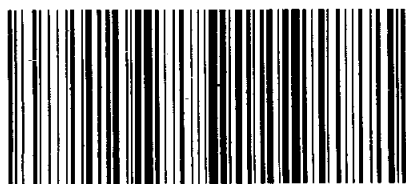
*

开本 880×1230 1/16 印张 1.75 字数 47 千字
2008年11月第一版 2008年11月第一次印刷

*

书号:155066·1-34559 定价 22.00 元

如有印装差错 由本社发行中心调换
版权专有 侵权必究
举报电话:(010)68533533



GB/T 10111—2008